

**МАРІУПОЛЬСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**  
**Кафедра математичних методів та системного аналізу**



**РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

НДПП 1.2.2. Вища математика

(шифр і назва навчальної дисципліни)

Освітньо-професійна програма Екологія, охорона навколишнього середовища та збалансоване природокористування

(назва)

Спеціальність 101 Екологія

(код та найменування спеціальності)

Спеціалізація \_\_\_\_\_

(назва спеціалізації)

Факультет Економіко-правовий

(назва факультету)

2020 – 2021 рік

Робоча програма з дисципліни

Вища математика

(назва навчальної дисципліни)

для студентів ОП Екологія, охорона навколишнього середовища та збалансоване природокористування

за спеціальністю (напрямом підготовки) 101 Екологія

Розробники:

Ротаньова Н.Ю. доцент кафедри математичних методів та системного аналізу

(вказати авторів, їхні посади, наукові ступені та вчені звання)

Робоча програма затверджена на засіданні

кафедри математичних методів та системного аналізу

Протокол від «27» серпня 2020 року, № 1

Завідувач кафедри

математичних методів та системного аналізу

(підпис)

(Т.В. Шабельник)

(прізвище та ініціали)

© Ротаньова Н.Ю. 2020 рік  
© МДУ, 2020 рік

## 1. Опис навчальної дисципліни

| Найменування показників   | Галузь знань, спеціальність, освітній рівень   | Характеристика навчальної дисципліни |                       |
|---|--|--------------------------------------|-----------------------|
|   |  | денна форма навчання                 | заочна форма навчання |
| Кількість кредитів – 3  | Галузь знань:<br><u>10 Природничі науки</u><br>(шифр і назва)  | Нормативна                           |                       |
| Модулів – 2   | ОПП<br><u>Екологія, охорона навколишнього середовища та збалансоване природокористування</u><br>(назва)<br>Спеціальність<br><u>101 Екологія</u><br>(код та найменування спеціальності) | <b>Рік підготовки:</b>               |                       |
| Змістових модулів – 2   |  | 1-й                                  | 1-й                   |
| Індивідуальне науково-дослідне завдання<br><u>вирішення типових завдань за темами змістових модулів</u> |  | <b>Семестр</b>                       |                       |
| Загальна кількість годин - 90   |  | 1-й                                  | 1-й                   |
| Тижневих годин для денної форми навчання: аудиторних -4 самостійної роботи студента – 8                 | Освітній рівень:<br>бакалавр   | <b>Лекції</b>                        |                       |
|   |  | 14 год.                              | 4 год.                |
|   |  | <b>Практичні, семінарські</b>        |                       |
|   |  | 16 год.                              | 8 год.                |
|   |  | <b>Лабораторні</b>                   |                       |
|   |  | .                                    |                       |
|   |  | <b>Самостійна робота</b>             |                       |
|   |  | 59 год.                              | 77 год.               |
|   |  | <b>Індивідуальні завдання</b>        |                       |
|   |  | 1 год.                               |                       |
| Вид контролю  |  |                                      |                       |
| залік   |  |                                      |                       |

### Примітка.

Співвідношення кількості годин аудиторних занять до самостійної і індивідуальної роботи становить:

для денної форми навчання 33 %/67%;

для заочної форми навчання 13 %/87%.

## 2. Мета та завдання навчальної дисципліни

**Мета навчальної дисципліни:** забезпечення фундаментального засвоєння теоретичного курсу, який включає вивчення основних положень лінійної алгебри, диференціального та інтегрального числення, кратних та криволінійних інтегралів, теорії поля, числових та функціональних рядів, звичайних диференціальних рівнянь, теорії функцій комплексної змінної, операційного числення, рівнянь математичної фізики, теорії імовірності та узагальнення можливостей практичного використання вивчених методів при вирішенні практичних задач у конкретній науково-практичній діяльності.

**Завдання навчальної дисципліни:** сприяння формуванню навичок у застосуванні відомих методів вищої математики в різних галузях, навичок творчого дослідження та математичного моделювання задач; створення міцного фундаменту математичної освіти фахівця; опанування студентом основними методами математичного аналізу; розвиток навичок творчого дослідження та математичного моделювання екологічних задач.

**Місце навчальної дисципліни в освітній програмі: ОК 14. НДЗП 1.2.2.**

Передумови для вивчення дисципліни: шкільний курс математики.

Місце навчальної дисципліни в освітній програмі. Навчальна дисципліна спрямована на опанування наступних компетенцій:

### **Інтегральні:**

Здатність розв'язувати складні спеціалізовані задачі та вирішувати практичні проблеми у сфері екології, охорони довкілля і збалансованого природокористування, або у процесі навчання, що передбачає застосування основних теорій та методів наук про довкілля, та характеризуються комплексністю і невизначеністю умов.

### **Загальних:**

КЗ-1. Знання та розуміння предметної області та професійної діяльності.

### **Спеціальні (фахові):**

КП-2. Здатність до критичного осмислення основних теорій, методів та принципів природничих наук.

КП-3. Розуміння основних теоретичних положень, концепцій та принципів математичних та соціально-економічних наук.

КП-5. Здатність до оцінки впливу процесів техногенезу на стан навколишнього середовища та виявлення екологічних ризиків, пов'язаних з виробничою діяльністю.

### **Результати навчання:**

РН-2. Розуміти основні екологічні закони, правила та принципи охорони довкілля та природокористування.

РН-3. Розуміти основні концепції, теоретичні та практичні проблеми в галузі природничих наук, що необхідні для аналізу і прийняття рішень в сфері екології, охорони довкілля та оптимального природокористування.

РН-11. Уміти прогнозувати вплив технологічних процесів та виробництв на навколишнє середовище.

### **• студент повинен знати:**

1. Основні поняття аналітичної геометрії на площині та в просторі – декартові координати, відстань між точками декартових координатах, способи завдання ліній на площині, поверхонь та ліній у просторі.
2. Визначення векторів з геометричної точки зору. Лінійні операції над векторами, скалярний, векторний та змішаний добуток векторів, їх властивості.
3. Способи завдання кривої на площині та в просторі (загальний, канонічний, параметричний). Загальне рівняння площини.
4. Канонічні рівняння кривих другого порядку, фокальні властивості. Зображення кривих другого порядку, що задано параметричними рівняннями.
5. Поняття матриці. Поняття масиву заданої розмірності.
6. Поняття визначника квадратної матриці, його властивості.
7. Основні елементарні функції, їх властивості та графіки. Похідні та первісні основних елементарних функцій. Подання степеневими рядами.
8. Поняття границі функції однієї та кількох змінних. Властивості границь. Особливі

границі.

9. Поняття нескінченно малої в точці функції.
10. Поняття екстремуму (локального, глобального, безумовного та умовного).
11. Поняття диференціала першого та другого порядку. Формула Лагранжа. Правило Лопітала.
12. Поняття первісної.
13. Основні поняття теорії диференційних рівнянь, диференційні рівняння, системи диференційних рівнянь (канонічна, нормальна, автономна), розв'язок диференційного рівняння чи системи, задачі Коши.
14. Геометричні поняття теорії диференційних рівнянь: поле дотичних ізоклін, векторна лінія, інтегральна крива, фазова площина.
15. Поняття інтеграла (визначеного, кратного), його властивості.
16. Поняття числового та функціонального рядів, сума ряду, збіжності функціонального ряду.
17. Поняття степеневого ряду, характер та область збіжності.
18. Ряди Тейлора й Маклорена.

• **студент повинен вміти:**

1. Виконувати арифметичні дії з дійсними та комплексними числами.
2. Переводити комплексні числа з однієї форми в іншу. Обчислювати корені з комплексних чисел.
3. Формувати теорему, обернену до даної; вміти розрізняти необхідні та достатні умови щодо формулювання будь-якої теореми.
4. Визначати координати точки в різних системах координат.
5. Знаходити координати вектора з заданими кінцями, його довжину.
6. Виконувати лінійні операції з векторами в координатній та векторній формі.
7. Знаходити скалярний, векторний та мішаний добуток векторів, заданих у координатній чи у будь-якій іншій формі.
8. Застосувати вектори для розв'язку наступних задач з аналітичної геометрії: обчислення кутів, проєкцій, відстані, площ трикутників й паралелограмів. Знаходження рівнянь прямої на площині, площини у просторі, прямої у просторі.
9. Визначити тип кривої, чи поверхні другого порядку, заданої канонічними рівняннями, та відобразити її графічно.
10. Досліджувати форму поверхні.
11. Розв'язувати системи лінійних рівнянь.
12. Виконувати дії з матрицями. Знаходити матрицю, обернену даній.
13. Обчислювати визначник.
14. Визначати границі відношень нескінченно малих чи нескінченно великих функцій.
15. Знаходити похідні елементарних функцій, при цьому диференціювання 2-3 основних елементарних функцій студент повинен виконувати.
16. Будувати графіки функцій таким чином: основних елементарних – по пам'яті; інших, не застосовуючи похідних, приблизно визначати хід кривої, а потім уточнювати вид графіка за допомогою перших та вищих похідних.
17. Знаходити рівняння дотичної прямої до кривих.
18. Виконувати локальне дослідження функції декількох змінних  $i$ , у часному випадку, обчислювати похідні за напрямком, знаходити напрямок найшвидшого росту та спадання функції, визначити координати стаціонарних точок і з'ясувати характер цих точок, знаходити рівняння дотичних площин і нормалі до поверхні.
19. Подавати графічно функції двох та трьох змінних.
20. Знаходити первісні, користуючись таблицями невизначених інтегралів.
21. Обчислювати середні значення функцій, площі окремих фігур, довжини дуг.
22. Розв'язувати рівняння 1-го порядку з відокремленими змінними, лінійні.
23. Знаходити загальний розв'язок лінійних неоднорідних диференційних рівнянь зі

- сталими коефіцієнтами.
24. Розкладувати функції у степеневі ряди.
  25. Застосувати степеневі ряди у приблизних обчисленнях і для розв'язку диференціальних рівнянь.

### 3. Програма навчальної дисципліни.

#### ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ I

##### Розділ 1. Вступ до вищої математики

**Вступ.** Предмет і задачі вищої математики. Історія розвитку дисципліни, її основні розділи. Зростання ролі математики в економічних дослідженнях, управлінні організаційними системами та соціально-економічними процесами.

**Елементи математичної логіки.** Висловлення. Основні логічні знаки (квантори загальності, існування; знаки імплікації, логічної еквівалентності тверджень, логічного множення та логічного додавання). Логічні операції (кон'юнкція, диз'юнкція, заперечення, імплікація, еквівалентність), таблиця істинності.

**Основи теорії множин.** Поняття множини, її елементів. Способи подання множини (переліком, вказівкою властивості елементів множини). Порожня ( $\emptyset$ ) та універсальна ( $O$ ) множини. Дії над множинами (включення, порівняння, доповнення, переріз, об'єднання, різниця, декартів добуток), властивості цих дій, зображення дій над множинами діаграмами Ейлера-Венна. Поняття відношення, відображення, функції.

**Множина дійсних чисел.** Аксиоми множини дійсних чисел (упорядкованості, додавання, множення, чисел 0 та 1, протилежного та оберненого чисел, Архімеда, повноти). Приклади підмножин дійсних чисел: відрізок, інтервал, півінтервали, промені (півпрямі), окіл та  $\epsilon$ -окіл. Характеристики дійсного числа: абсолютна величина (модуль), знак числа, ціла та дробова частини. Обмежені, необмежені числові множини. Найбільший, найменший елемент, верхня, нижня межа (мажоранта, міноранта), супремум, інфімум числової множини. Принцип існування точної верхньої, точної нижньої меж. Знаки (операції) підсумовування, їх властивості. Середні величини: арифметичне, геометричне, гармонійне. Нерівності Коші-Буняковського, Коші.

##### Розділ 2. Лінійна алгебра

**Вектори, матриці, визначники.** Означення вектора, типи векторів, порівняння векторів. Дії над векторами: транспонування, додавання, множення вектора на число, скалярний добуток векторів; властивості цих операцій, їх геометрична ілюстрація. Довжина (норма) вектора, її властивості. Кут між векторами. Відстань між векторами. Означення, типи матриць; основні особливі матриці (квадратна, трикутні, діагональна, одинична). Порівняння матриць. Дії над матрицями: додавання, множення матриці на число, на вектор, на матрицю, їх властивості. Транспонування матриці. Поняття оберненої матриці, властивості операції обернення матриці. Означення визначника, правила обчислення визначників: молодших порядків (схематичні), вищих порядків (розвиненням за формулами Лапласа). Властивості визначників. Обчислення деяких особливих визначників (трикутної, діагональної, одиничної матриць, Вандермонда). Обчислення оберненої матриці за допомогою визначників (алгебраїчних доповнень).

**Системи лінійних алгебраїчних рівнянь.** Означення системи лінійних алгебраїчних рівнянь, розгорнута та матрична форми її запису. Означення розв'язку, сумісної або несумісної, визначеної або невизначеної системи. Розв'язування квадратних систем лінійних алгебраїчних рівнянь за допомогою оберненої матриці, за формулами Крамера. Еквівалентні перетворення, метод Гаусса-Жордана послідовного вилучення змінних для розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь, його реалізація за допомогою таблиць. Знаходження оберненої матриці за методом Гаусса-Жордана. Поняття про ранг матриці та його обчислення. Теорема Кронекера-Капеллі; частинні та загальний розв'язки системи лінійних алгебраїчних рівнянь.

**Лінійний векторний простір.** Означення лінійного простору. Означення та основні теореми про лінійну залежність, лінійну незалежність елементів лінійного простору. Базис лінійного простору. Основні теореми про базис: єдність розкладу, лінійна залежність ( $n+1$ ) елементів, кількість базисних елементів. Розмірність лінійного простору. Координати елементів простору за даним базисом. Поняття підпростору. Поняття лінійного векторного

простору. Ранг скінченої системи векторів, правила його обчислення.

### Розділ 3. Аналітична геометрія

**Система координат, пряма та площина.** Прямокутна декартова система координат на площині. Рівняння прямої на площині: з кутовим коефіцієнтом, загальне, в'язки прямих, через задану точку, через дві точки, у відрізках на координатних осях, нормальне; віддаль та відхилення точки від заданої прямої. Взаємне розміщення двох прямих: перетин прямих, умови паралельності та перпендикулярності, кут між прямими. Графічне розв'язування систем лінійних рівнянь або нерівностей з двома змінними. Координати точки у просторі. Загальне рівняння площини у тривимірному просторі, нормальне рівняння. Віддаль і відхилення точки від площини. Рівняння прямої у тривимірному просторі як переріз двох площин.

**Криві та поверхні другого порядку.** Канонічні рівняння еліпса, гіперболи, параболи; дослідження їх форми, властивостей. Загальне рівняння кривої другого порядку, його зведення до канонічного вигляду. Канонічні рівняння: еліпсоїда, однопорожнинного та двопорожнинного гіперболоїдів, еліптичного та гіперболічного параболоїдів, конусів, циліндрів. Поняття про зведення загального рівняння поверхні другого порядку до канонічного вигляду.

## ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ II

### Розділ 4. Вступ до математичного аналізу

**Функціональна залежність.** Означення функції однієї та багатьох змінних. Способи подання функції: табличний, графічний, аналітичний, описовий. Окремі спеціальні класи функцій: явні та неявні, задані параметрично, складені (задані суперпозицією). Монотонні, парні та непарні, опуклі та вгнуті, обмежені та необмежені функції. Класифікація функцій.

**Числові послідовності.** Поняття числової послідовності, способи її подання (аналітичний, рекурентний). Обмежені та необмежені числові послідовності. Збіжні числові послідовності, нескінченно малі, нескінченно великі послідовності, зв'язок між ними. Монотонні числові послідовності. Теорема Вейерштрасса про границю монотонної послідовності. Число  $\epsilon$ . Збіжність послідовності векторів у зв'язку із покоординатною збіжністю. Гранична точка множини. Поняття замкненої множини.

**Границя функції.** Означення границі функції в точці за Гейне, за Коші, їх еквівалентність. Критерій Коші збіжності функції в точці. Односторонні границі функції однієї змінної. Властивості збіжних у точці функцій: обмеженість функції в околі точки збіжності, дії над збіжними функціями. Порівняння функцій, символи «о-мале», «о-велике». Еквівалентні функції, їх використання при знаходженні границі відношення функцій. Поняття повторних границь, теорема про повторні границі функції багатьох змінних. Перша та друга визначні границі. Таблиця найважливіших границь. Знаходження границь степеневопоказникових функцій.

**Неперервність функції.** Поняття неперервності функції в точці; означення Коші, Гейне, за приростами аргументів та функції, їх еквівалентність. Одностороння неперервність функції однієї змінної в точці, необхідна і достатня умова неперервності, класифікація точокрозриву. Локальні властивості неперервних функцій. Теореми про арифметичні дії над неперервними функціями, про неперервність суперпозиції функцій. Неperервність функції на множині. Неperервність елементарних функцій. Теореми про функції, неperервні на замкненій множині: теореми Больцано-Коші про нулі, про проміжне значення функції; теореми Вейерштрасса: про обмеженість, про екстремуми функції. Поняття про рівномірну неperервність функції на множині, теорему Кантора.

### Розділ 5. Диференціальне числення

**Похідна, градієнт, похідна за напрямом та диференціал.** Означення диференційованої функції, її диференціала; похідна функції однієї змінної, частинні похідні, градієнт функції багатьох змінних, їх властивості, геометрична Ілюстрація. Похідна за напрямом функції багатьох змінних, її зв'язок з градієнтом. Похідна, диференціал суми, добутку, частки, складеної та оберненої функцій. Таблиця похідних. Похідні функцій, заданих у

параметричній, неявній формах. Еластичність функції. Однорідні функції, теорема та рівняння Ейлера для однорідних функцій.

**Основні теореми диференціального числення.** Необхідна умова внутрішнього екстремуму - теорема Ферма. Теорема Ролля про нулі похідної функції, теореми Лагранжа, Коші про скінченні прирости функції однієї змінної, їх геометрична ілюстрація. Правило Лопіталя розкриття невизначеностей.

**Похідні та диференціали вищих порядків.** Означення похідних, диференціалів вищих порядків. Похідні вищих порядків елементарних функцій. Розвинення функцій однієї та багатьох змінних за формулою Тейлора-Маклорена із залишковим членом у формулі Пеано; поняття про залишкові члени у формулі Лагранжа, Коші. Розвинення за формулою Тейлора-Маклорена основних елементарних функцій.

**Дослідження функцій за допомогою диференціального числення.** Умови монотонності функції однієї змінної. Необхідні, достатні умови екстремуму функції однієї та багатьох змінних. Умови опуклості, угнутості, перегину функції. Асимптоти функції: вертикальні, горизонтальні, похилі; поняття про асимптотичні багаточлени. Схема повного дослідження і побудови графіка функції однієї змінної. Поняття умовного екстремуму функції багатьох змінних; Лагранжів метод невизначених множників розв'язування задач на умовний екстремум. Поняття про задачі та методи математичного програмування і дослідження операцій.

## **Розділ 6. Інтегральне числення**

**Невизначений інтеграл.** Поняття первісної функції, невизначеного інтеграла. Табличні інтеграли. Методи інтегрування: заміною змінної, частинами. Лінійність інтегрування. Інтегрування раціональних, ірраціональних та тригонометричних функцій; раціоналізуючи підстановки. Поняття про класи інтегрованих функцій, критерій інтегрованості.

**Визначений інтеграл.** Означення визначеного інтеграла. Формула Ньютона-Лейбніца. Властивості визначеного інтеграла: перестановка меж інтегрування, адитивність відносно меж, інтегрування, лінійність інтегрування, диференціювання за межами інтегрування. Інтегрування: заміною змінної, частинами у визначеному інтегралі. Теореми про середнє, середнє значення функції. Розв'язування геометричних задач за допомогою визначених інтегралів. Поняття про невластні інтеграли; інтеграли, що залежать від параметра, про формулу Тейлора-Маклорена, розвинення функції із залишковим членом в інтегральній формі.

**Поняття про кратні інтеграли.** Означення кратного інтеграла. Властивості кратного інтеграла та інтегрованих функцій багатьох змінних. Теореми про середнє, середнє значення функції багатьох змінних. Зведення кратного інтеграла до повторних інтегралів.

## **Розділ 7. Ряди**

**Числові ряди.** Означення числового ряду, його суми. Необхідна умова збіжності, критерій Коші збіжності числового ряду. Гармонійний ряд, його розбіжність. Достатні умови збіжності додатних числових рядів: порівняння, Даламбера, Коші, інтегральна ознака Коші-Маклорена. Узагальнений гармонійний ряд. Знакозмінні числові ряди, абсолютна та умовна збіжність. Знакопозаперечні ряди, ознака збіжності Лейбніца.

**Степеневі ряди.** Означення степеневого ряду, теорема Абеля про його збіжність. Радіус та інтервал збіжності степеневого ряду, формули їх обчислення. Неперервність, диференційованість та інтегрованість сум степеневого ряду.

## **Розділ 8. Диференціальні рівняння**

**Диференціальні рівняння першого порядку.** Звичайне диференціальне рівняння першого порядку; задача Коші. Теорема про існування та єдиність розв'язку диференціального рівняння першого порядку; частинний та загальний розв'язки. Рівняння з відокремленими та відокремлюваними змінними. Диференціальні рівняння, які зводяться до рівняння з відокремлюваними змінними.

**Диференціальні рівняння вищих порядків, системи диференціальних рівнянь.** Поняття про диференціальні рівняння вищих порядків та системи диференціальних рівнянь. Розв'язування лінійних диференціальних рівнянь другого порядку із сталими коефіцієнтами.



#### 4. Структура навчальної дисципліни

| Назви змістових модулів і тем   | Кількість годин |              |           |     |     |           |              |              |          |          |     |           |           |
|---|-----------------|--------------|-----------|-----|-----|-----------|--------------|--------------|----------|----------|-----|-----------|-----------|
|   | денна форма     |              |           |     |     |           | Заочна форма |              |          |          |     |           |           |
|   | усього          | у тому числі |           |     |     |           | усього       | у тому числі |          |          |     |           |           |
|   |                 | л            | п         | лаб | інд | с.р.      |              | л            | п        | лаб      | інд | с.р.      |           |
| 1   | 2               | 3            | 4         | 5   | 6   | 7         | 8            | 9            | 10       | 11       | 12  | 13        |           |
| <b>1 семестр</b>  |                 |              |           |     |     |           |              |              |          |          |     |           |           |
| <b>Модуль 1</b>   |                 |              |           |     |     |           |              |              |          |          |     |           |           |
| <b>Змістовий модуль 1. Лінійна, векторна алгебра. Аналітична геометрія.</b> |                 |              |           |     |     |           |              |              |          |          |     |           |           |
| Тема 1. Елементи математичної логіки та теорії множин.                      | 7               | 2            |           |     |     | 5         | 12           |              |          |          |     | 10        |           |
| Тема 2. Лінійна алгебра.  | 11              | 2            | 4         |     |     | 5         | 12           | 2            | 2        |          |     | 10        |           |
| Тема 3. Векторна алгебра.   | 9               | 2            | 2         |     |     | 5         | 12           |              | 2        |          |     | 10        |           |
| Тема 4. Аналітична геометрія.   | 9               | 2            | 2         |     |     | 5         | 10           |              |          |          |     | 10        |           |
| Разом за змістовим модулем 1  | <b>36</b>       | <b>8</b>     | <b>8</b>  |     |     | <b>20</b> | <b>46</b>    | <b>2</b>     | <b>4</b> |          |     | <b>40</b> |           |
| <b>Змістовий модуль 2. Математичний аналіз</b>                              |                 |              |           |     |     |           |              |              |          |          |     |           |           |
| Тема 1. Вступ до математичного аналізу. Диференціальне числення.            | 16              | 2            | 4         |     |     | 10        | 14           | 2            | 2        |          |     | 10        |           |
| Тема 2. Інтегральне числення.   | 14              | 2            | 2         |     |     | 10        | 12           |              | 2        |          |     | 10        |           |
| Тема 3. Диференціальні рівняння.  | 14              | 2            | 2         |     |     | 10        | 10           |              |          |          |     | 10        |           |
| Тема 4. Ряди.   | 9               |              |           |     |     | 9         | 7            |              |          |          |     | 7         |           |
| Разом за змістовим модулем 2  | <b>53</b>       | <b>6</b>     | <b>8</b>  |     |     | <b>39</b> | <b>43</b>    | <b>2</b>     | <b>4</b> |          |     | <b>37</b> |           |
| <b>Модуль 2</b>   |                 |              |           |     |     |           |              |              |          |          |     |           |           |
| ІНДЗ  |                 |              |           |     |     | <b>1</b>  |              |              |          |          |     | <b>1</b>  |           |
| <b>Усього годин за 1 семестр</b>  | <b>90</b>       | <b>14</b>    | <b>16</b> |     |     | <b>1</b>  | <b>59</b>    | <b>90</b>    | <b>4</b> | <b>8</b> |     | <b>1</b>  | <b>77</b> |

#### 5. Теми практичних занять

| Назва теми  | Кількість годин |        |
|---|-----------------|--------|
|   | денна           | заочна |
| <b>1 семестр</b>  |                 |        |
| <b><u>Практичне заняття №1.</u></b> Матриці, дії над ними. Визначники 2, 3-го порядку<br>Матриця. Види матриць.<br>Операції над матрицями. Розв'язання задач.<br>Квадратна матриця другого порядку. Визначник квадратної матриці другого порядку. Розв'язання задач.<br>Квадратна матриця третього порядку. Визначник квадратної матриці третього порядку. Властивості визначників третього порядку. Обчислення визначників третього порядку за правилом трикутника. Розв'язання задач. | 2               | 2      |

|  |   |   |
|--|---|---|
| <p><b><u>Практичне заняття № 2.</u></b> Системи лінійних алгебраїчних рівнянь<br/>Розв'язання системи лінійних алгебраїчних рівнянь за допомогою формул Крамера і матричним методом.<br/>Розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь методом Жордана- Гаусса.<br/>Розв'язання системи лінійних алгебраїчних рівнянь за допомогою формул Крамера і матричним методом.</p>  | 2 |   |
| <p><b><u>Практичне заняття №3.</u></b> Векторна алгебра<br/>Поняття векторів і дії над ними.<br/>Лінійна залежність і незалежність векторів. Базис. Розв'язання задач.<br/>Скалярний добуток векторів. Основні властивості скалярного добутку векторів. Розв'язання задач.<br/>Векторний і змішаний добуток векторів, властивості. Розв'язання задач.</p>  | 2 | 2 |
| <p><b><u>Практичне заняття №4.</u></b> Аналітична геометрія на площині.<br/>Відстань між двома точками на площині. Поділ відрізка в заданому відношенні. Поділ відрізка навпіл.<br/>Пряма на площині. Рівняння прямої, що проходить через точку в заданому напрямі. Рівняння прямої, що проходить через дві задані точки.<br/>Загальне рівняння прямої. Неповні рівняння прямої. Рівняння прямої у відрізках на координатних осях.<br/>Кут між двома прямими на площині. Умови паралельності і перпендикулярності двох прямих.</p> | 2 |   |
| <p><b><u>Практичне заняття №5</u></b> Похідна функції.<br/>Задачі, які приводять до поняття похідної. Означення похідної.<br/>Геометричний зміст похідної. Правила диференціювання.</p>  | 2 | 2 |
| <p><b><u>Практичне заняття №6.</u></b> Дослідження функцій за допомогою диференціального числення<br/>Монотонність функції, необхідні і достатні умови монотонності.<br/>Екстремум функції, необхідні та достатні умови екстремуму.<br/>Найбільше і найменше значення функції на відрізку.<br/>Опуклість, угнутість кривих. Необхідні та достатні умови.<br/>Точки перегину кривої.<br/>Асимптоти кривої.<br/>Схема дослідження функції та побудова її графіка.</p>  | 2 |   |
| <p><b><u>Практичне заняття № 7.</u></b> Первісна функція. Невизначений інтеграл. Визначений інтеграл Теорема Ньютона- Лейбніца.</p>  | 4 | 2 |
| <p><b><u>Практичне заняття №8.</u></b> Диференціальні рівняння 1-го порядку.</p>   | 2 |   |

## 6. Самостійна робота

| № з/п | Назва теми  | Кількість Годин Денна/Заочна |
|-------|---|------------------------------|
| 1     | Виконання практичних завдань до кожного практичного заняття; підготовка до перевірочних та модульних контрольних робіт. |                              |
| 2     | Вивчення теоретичних питань для самоконтролю:   |                              |

I. ЕЛЕМЕНТИ МАТЕМАТИЧНОЇ ЛОГІКИ ТА ТЕОРІЇ МНОЖИН. ЛІНІЙНА ТА ВЕКТОРНА АЛГЕБРА. АНАЛІТИЧНА ГЕОМЕТРІЯ.

1. Визначники другого і третього порядку, їх властивості. Алгебраїчні доповнення й мінори.
2. Матриці, дії з ними.
3. Обернена матриця. Розв'язок систем рівнянь матричним методом.
4. Системи лінійних рівнянь. Правило Крамера.
5. Вектори. Лінійні операції над векторами.
6. Проекція вектора на вісь.
7. Скалярний добуток двох векторів. Алгебраїчні, геометричні властивості. Вираз скалярного добутку в координатній формі.
8. Векторний добуток двох векторів. Алгебраїчні, геометричні властивості. Вираз в декартових координатах.
9. Змішаний добуток трьох векторів. Алгебраїчні, геометричні властивості. Вираз в декартових координатах.
10. Пряма на площині. Рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом. Рівняння прямої, що проходить через точку в заданому напрямі. Рівняння прямої що проходить через дві задані точки.
11. Загальне рівняння прямої. Неповні рівняння прямої. Рівняння прямої у відрізках на координатних осях.
12. Кут між двома прямими на площині. Умови паралельності і перпендикулярності двох прямих. Відстань від точки до прямої.
13. Загальне рівняння площини. Неповні рівняння площини.
14. Рівняння площини, яка проходить через задану точку і має заданий нормальний вектор. Рівняння площини у відрізках на координатних осях.
15. Кут між двома площинами. Умова паралельності та перпендикулярності двох площин.
16. Рівняння площини, що проходить через три задані точки. Відстань від точки до площини.
17. Канонічні рівняння прямої в просторі. Рівняння прямої, що проходить через дві задані точки в просторі. Параметричні рівняння.
18. Кут між двома прямими в просторі. Умови паралельності і перпендикулярності двох прямих у просторі.
19. Кут між прямою і площиною. Умова паралельності і перпендикулярності прямої і площини.
20. Точка перетину прямої і площини. Пряма як лінія перетину двох площин.
21. Відстань між двома точками на площині. Поділ відрізка в заданому відношенні. Поділ відрізка навпіл.
22. Еліпс.
23. Гіпербола.
24. Парабола.

II. ВСТУП ДО МАТЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ. ДИФЕРЕНЦІАЛЬНЕ ЧИСЛЕННЯ. ІНТЕГРАЛЬНЕ ЧИСЛЕННЯ. РЯДИ. ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ РІВНЯННЯ.

1. Числові послідовності. Границя числової послідовності.
2. Границя функції в точці. Односторонні границі.
3. Границя функції в нескінченності. Дати визначення:
 
$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = b, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = b, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = b.$$
4. Нескінченно малі функції, їх властивості.
5. Теореми про границі функцій.
6. Нескінченно великі функції. Зв'язок між нескінченно великими та нескінченно малими функціями.
7. Перша особлива границя, її слідства.
8. Друга особлива границя, її слідства.
9. Порівняння нескінченно малих функцій. Таблиця еквівалентних нескінченно малих.
10. Неперервність функцій в точці. Неперервність основних елементарних функцій. Властивості функцій неперервних в точці; неперервність складної функції.
11. Точки розриву функції, їх класифікація.
12. Властивості функцій, неперервних на відрізку.
13. Похідна, її геометричне значення. Рівняння дотичної та нормалі в точці.
14. Диференційованість функції. Зв'язок між диференційованістю і безперервністю.
15. Похідна суми, добутку, частки.

16. Похідні тригонометричних функцій.
17. Похідна оберненої функції. Похідні обернених тригонометричних функцій.
18. Похідна показово-степеневі функції. Похідні функцій  $a^x$ ,  $e^x$ ,  $x^a$ .
19. Параметричне задання функції. Приклади. Диференціювання функції, заданої параметрично (похідні I та II порядку).
20. Диференціал функції, його властивості. Геометричне значення диференціалу.
21. Похідні та диференціали вищих порядків.
22. Монотонність функції. Необхідні та достатні умови монотонності.
23. Екстремум функції. Необхідні та достатні умови екстремуму.
24. Опуклість, увігнутість графіка функції. Необхідні та достатні умови опуклості та увігнутості.
25. Точки перегину. Необхідні та достатні умови точок перегину.
26. Асимптоти графіка функції.
27. Функції декількох змінних. Способи завдання. Область визначення (відкриті, замкнуті області, обмежені, необмежені).
28. Границя ФДЗ. Неперервність ФДЗ. Властивості функцій, неперервних у точці. Розривні функції, точки та лінії розриву. Властивості функцій, неперервних в обмеженій замкненій області.
29. Частинні похідні ФДЗ. Диференційовані функції декількох змінних. Необхідна і достатня умова диференційованості. Градієнт функції.
30. Диференціал ФДЗ, його зв'язок з частинними похідними. Властивості диференціала.
31. Частинні похідні та диференціали вищих порядків. Теорема про рівність мішаних похідних.
32. Екстремум ФДЗ. Необхідні та достатні умови екстремуму.
33. Первісна та її властивості.
34. Невизначений інтеграл, його властивості.
35. Заміна змінної в невизначеному інтегралі.
36. Інтегрування частинами у невизначеному інтегралі.
37. Інтегрування найпростіших дробів перших трьох типів.
38. Інтегрування тригонометричних функцій.
39. Інтегрування ірраціональних функцій.
40. Задача, що приводить до поняття визначеного інтеграла: обчислення площі криволінійної трапеції.
41. Визначення визначеного інтеграла.
42. Формула Ньютона-Лейбница.
43. Інтегрування частинами у визначеному інтегралі.
44. Теорема про заміну змінної у визначеному інтегралі.
45. Невласні інтеграли з нескінченними межами (невласні інтеграли першого роду). Достатні ознаки збіжності та розбіжності невластних інтегралів першого роду.
46. Невласні інтеграли від необмежених функцій (невласні інтеграли другого роду). Достатні ознаки збіжності та розбіжності невластних інтегралів другого роду.
47. Обчислення площ плоских фігур у декартових координатах.
48. Диференціальні рівняння першого порядку. Задача Коші. Теорема існування й єдності задачі Коші. Загальний та частинний розв'язок. Загальний та частинний інтеграл.
49. Рівняння з відокремлюваними змінними.
50. Однорідні диференціальні рівняння I-го порядку.
51. Лінійні рівняння I-го порядку.
52. Лінійні диференціальні рівняння вищих порядків. ЛОДУ і ЛНДУ. Властивості рішень ЛОДУ II-го порядку.
53. Лінійна залежність та незалежність системи функцій. Структура загального рішення ЛОДУ II-го порядку.
54. Комплексні числа. Дії з комплексними числами.
55. Загальні рішення ЛОДУ II-го порядку зі сталими коефіцієнтами у випадку різних дійсних коренів характеристичного рівняння, кратних коренів характеристичного рівняння, комплексних коренів характеристичного рівняння.
56. ЛНДУ II-го порядку. Теорема про структуру загального рішення. Принцип накладення для ЛНДУ.

**7. Методи навчання:** лекції, практичні заняття, самостійне вивчення деяких теоретичних питань, виконання практичних завдань до кожного практичного заняття, виконання індивідуального проекту.

**8. Методи контролю:** поточне тестування (виконання перевірочних робіт, теоретичні опитування), підсумкові модульні контрольні роботи, оцінка за індивідуальний проект. Наприкінці семестру – екзамен.

## 9. Критерії оцінювання

### Критерії поточного оцінювання знань студентів.

| Усний виступ та виконання письмового завдання, тестування | Критерії оцінювання   |
|---|---|
| 5   | В повному обсязі володіє навчальним матеріалом, вільно самостійно та аргументовано його викладає під час усних виступів та письмових відповідей, глибоко та всебічно розкриває зміст теоретичних питань та практичних завдань, використовуючи при цьому обов'язкову та додаткову літературу. Правильно вирішив усі тестові завдання.  |
| 4   | Достатньо повно володіє навчальним матеріалом, обґрунтовано його викладає під час усних виступів та письмових відповідей, в основному розкриває зміст теоретичних питань та практичних завдань, використовуючи при цьому обов'язкову літературу. Але при викладанні деяких питань не вистачає достатньої глибини та аргументації, допускаються при цьому окремі несуттєві неточності та незначні помилки. Правильно вирішив більшість тестових завдань. |
| 3   | В цілому володіє навчальним матеріалом викладає його основний зміст під час усних виступів та письмових відповідей, але без глибокого всебічного аналізу, обґрунтування та аргументації, без використання необхідної літератури допускаючи при цьому окремі суттєві неточності та помилки. Правильно вирішив половину тестових завдань.   |
| 2   | Не в повному обсязі володіє навчальним матеріалом. Фрагментарно, поверхово (без аргументації обґрунтування) викладає його під час усних виступів та письмових відповідей, недостатньо розкриває зміст теоретичних питань та практичних завдань, допускаючи при цьому суттєві неточності, правильно вирішив меншість тестових завдань.   |

|   |   |
|---|---|
| 1 | Частково володіє навчальним матеріалом не в змозі викласти зміст більшості питань теми під час усних виступів та письмових відповідей, допускаючи при цьому суттєві помилки. Правильно вирішив окремі тестові завдання. |
|---|---|

#### Доповнення виступу:

**2 бали** – отримують студенти, які глибоко володіють матеріалом, чітко визначили його зміст; зробили глибокий системний аналіз змісту виступу, виявили нові ідеї та положення, що не були розглянуті, але суттєво впливають на зміст доповіді, надали власні аргументи щодо основних положень даної теми.

**1 бал** отримують студенти, які виклали матеріал з обговорюваної теми, що доповнює зміст виступу, поглиблює знання з цієї теми та висловили власну думку.

#### Суттєві запитання до доповідачів:

**2 бали** отримують студенти, які своїм запитанням до виступаючого суттєво і конструктивно можуть доповнити хід обговорення теми.

**1 бал** отримують студенти, які у своєму запитанні до виступаючого вимагають додаткової інформації з ключових проблем теми, що розглядається.

#### Експрес-контроль:

**2 бали** нараховуються студентам, які вільно володіють усім навчальним матеріалом, орієнтуються в темі та аргументовано висловлюють свої думки.

**1 бал** отримують студенти, які частково володіють матеріалом та можуть окреслити лише деякі проблеми теми. Складання словника основних термінів, що визначені програмою курсу (за темами): Програмою курсу визначено перелік ключових термінів, що розкривають зміст кожної теми.

Студентам пропонується скласти словник основних термінів з конкретної теми на останніх сторінках опорного конспекту лекцій.

**2 бали** нараховуються студентам, які не лише склали повний перелік визначених термінів з конкретної теми, а й можуть вільно розтлумачити їх зміст.

**1 бал** нараховуються студентам, які склали неповний перелік визначених термінів з конкретної теми і не можуть їх розтлумачити без конспекту.

#### Ведення опорного конспекту лекції:

**2 бали** нараховуються студентам, які в повному обсязі самостійно і творчо опрацювали всі питання лекції і вільно володіють її змістом.

**1 бал** нараховується студентам, які опрацювали лише окремі питання лекції і не достатньо вільно володіють її змістом.

#### Підготовка творчих завдань(есе, дайджест):

**2 бали** отримують студенти, які можуть виокремити з різних джерел основні положення, структурно об'єднати їх, коротко проаналізувати кожне з них та зробити ґрунтовні узагальнюючі висновки.

**1 бал** отримують студенти, які в цілому правильно виокремили основні положення кожного з джерел, але не зробили їх відповідного аналізу та узагальнюючих висновків.

#### Ведення конспекту першоджерел.

**2 бали** отримують студенти, які опрацювали всю необхідну обов'язкову літературу, засвоїли її основні теоретичні положення, вмють їх пояснити і розтлумачити.

**1 бал** отримують студенти, котрі опрацювали не всю необхідну літературу, не завжди розуміють її вихідні теоретичні положення, поверхово їх пояснюють.

## 10. Засоби оцінювання

Поточний контроль знань ЗВО здійснюється за допомогою тестів, опитувань по темах, захисту звітів про виконання лабораторних робіт. Модульний контроль здійснюється із застосуванням тестів або письмової контрольної роботи. Підсумковий контроль здійснюється у формі екзамену.

Завданням поточного контролю знань ЗВО є перевірка розуміння та запам'ятовування певного теоретичного матеріалу, умінь самостійної роботи зі спеціальною літературою, набуття практичних навичок роботи з ПК і окремими програмними засобами, вміння пояснити і захистити свою роботу.

## 11. Розподіл балів, які отримують студенти

| Поточне тестування та самостійна робота |                     |               |         | Сума<br>(в балах) |
|---|---------------------|---------------|---------|-------------------|
| Змістовий модуль №1                     | Змістовий модуль №2 | Інд. завдання | Екзамен |                   |
| 10                                      | 10                  | 30            | 50      | 100               |

## Шкала оцінювання: національна та ECTS

| Сума балів за всі види навчальної діяльності | Оцінка ECTS | Оцінка за національною шкалою                              |   |
|--|-------------|--|---|
|  |             | для екзамену, курсового проєкту (роботи), практики         | для заліку  |
| 90 – 100                                     | <b>A</b>    | відмінно   | зараховано  |
| 82-89  | <b>B</b>    | добре  |   |
| 74-81  | <b>C</b>    |  |   |
| 64-73  | <b>D</b>    | задовільно   |   |
| 60-63  | <b>E</b>    |  |   |
| 35-59  | <b>FX</b>   | незадовільно з можливістю повторного складання             | не зараховано з можливістю повторного складання             |
| 0-34   | <b>F</b>    | незадовільно з обов'язковим повторним вивченням дисципліни | не зараховано з обов'язковим повторним вивченням дисципліни |

## 12. Інструменти, обладнання та програмне забезпечення

Під час викладання дисципліни для занять використовується лабораторна база комп'ютерних класів МДУ, які обладнано мережею комп'ютерів платформи x86.

## 13. Рекомендовані джерела інформації

### Основні:

1. Барковський В.В. Барковська Н.В. Вища математика для економістів: 5-те вид. Навч. посіб. – К.: Центр учбової літератури, 2010. – 448 с.
2. Вища математика: підручник / Е.І. Личковський, П.Л. Свердан, В.О. Тіманюк, О.В.Чалий; за ред. Е.І. Личковського, П.Л. Свердана. – Вінниця: Нова книга, 2014. – 632 с.
3. Вища математика: Підручник. Домбровський В.А., Крижанівський І.М., Мацьків Р.С., Мигович Ф.М., Неміш В.М., Окрепкий Б.С., Хома Г.П., Шелестовська М.Л.; за редакцією Шинкарика М.І. -Тернопіль: Видавництво Карп'юка, 2003 - 480с.
4. Заболоцький М. В. Математичний аналіз: Підручник. / М. В. Заболоцький, О. Г. Сторож, С. І. Тарасюк ; М-во освіти і науки України, Львів. нац. ун-т ім. І. Франка. – К.: Знання, 2008. – 421с.

### Додаткова:

5. Лінійна алгебра та аналітична геометрія: Навч. посібник / В. В. Булдігін, І. В. Алексеева, В. О. Гайдей, О. О. Диховичний, Н. Р. Коновалова, Л. Б. Федорова; за ред. проф. В. В. Булдігіна.

– К. : ТВиМС, 2011. –224 с.

6. Стороженко І.П. Вища математика. Частина 1. Елементи вищої алгебри / І. П. Стороженко, В. О. Тіманюк Х.: Вид-во. НФаУ «Стильиздат», 2012. – 43 с.
7. Краснов М.Л.,Киселев А.И., Макаренко Г.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения: Задачи и примеры с подробными решениями: Учебное пособие. Изд. 4-е., – М.: Едиториал УРСС, 2002. – 256 с.
8. Ахназарова С. Л., Кафаров В. В. Методы оптимизации эксперимента в химической технологии: Учеб. пособие для хим.-технол. спец. вузов.– 2-е изд. – М.: Высш. шк., 1985.–327 с.
9. Бондарь А. Г., Статюха Г. А. Планирование эксперимента в химической технологии (основные положения, примеры и задачи). Издательское объединение «Вища школа», 1976. – 184 с.